Научное програмирование

Задача на собственные значения

Кейела Патачона, НПМмд-02-21

Содержание

# Цель работы

Цель этой работы посмотреть, как мы определяем собственные значения и собственные векторы с Octave, и увидеть их использование в Марковских процессах и случайных блужданиях в Octave.

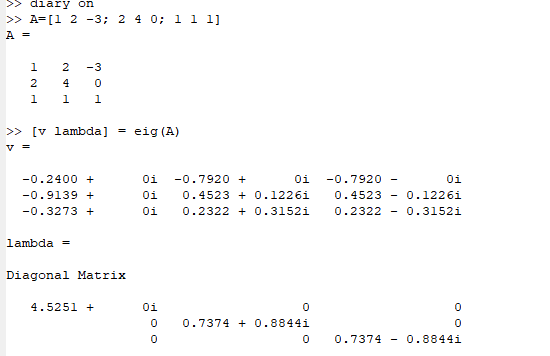
# Задача на собственные значения

## Собственные значения и собственные векторы

Зададим матрицу

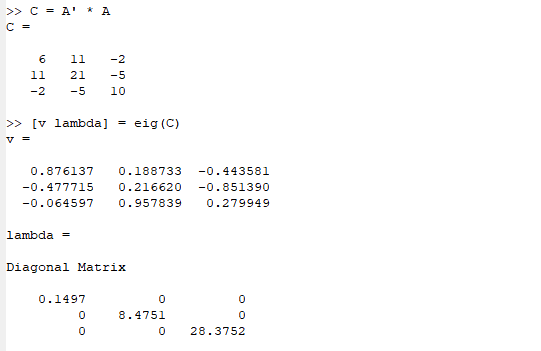
Необходимо найти собственные значения и собственные векторы этой матрицы. Для нахождения используется команда еіg с двумя выходными аргументами. Синтаксис:

Первый элемент результата есть матрица, столбцы которой представляют собой собственные векторы, а второй результат будет диагональной матрицей с собственными значениями на диагонали.



eigenvalues eigenvectors

Для того, чтобы получить матрицу с действительными собственными значениями, мы можем создать симметричную матрицу (имеющую действительные собственные значения) путём умножения матрицы и на транспонированную матрицу:



eigenvalues-eigenvectors-real

Здесь диагональные элементы матрицы А являются собственными значениями, а соответствующие столбцы матрицы Vявляются соответствующими собственными векторами. Каждому собственному значению соответствует бесконечное семейство собственных векторов. Типичные собственные векторы, полученные в Octave, нормированы на единицу.

# Марковские цепи

Рассмотрим последовательность случайных событий при соблюдении следующих условий:

* возможно конечное число состояний;
* через определённые промежутки времени проводится наблюдение и регистрируется состояние системы;
* для каждого состояния мы задаём вероятность перехода в каждое из остальных состояний или вероятность остаться в том же самом состоянии. Существенным предположением является то, что эти вероятности зависят только от текущего состояния.

Такая система называется цепью Маркова. Наша задача – предсказать вероятности состояний системы.

# Случайное блуждание

Предположим, что мы случайным образом передвигаемся следующим образом. В состояниях 2, 3 или 4 мы перемещаемся влево или вправо наугад. По достижении конца дороги (состояния 1 или 5) мы останавливаемся.

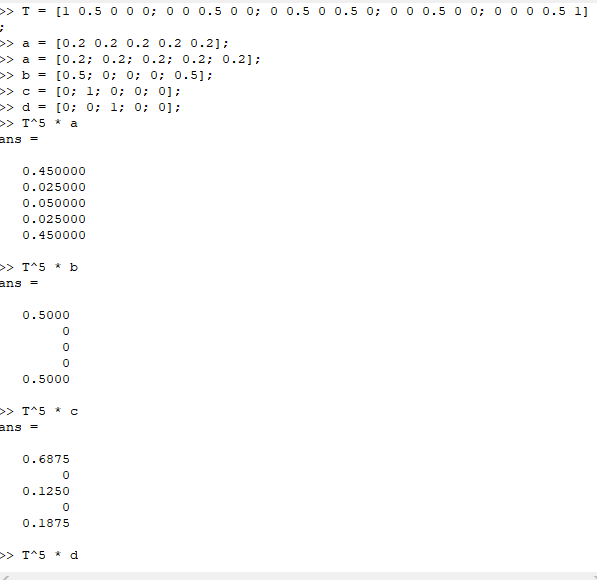
Наша цель – предсказать, где мы окажемся. Начнем с вектора вероятности.

* Предположим, что мы можем начать в любой точке с равной веро ятностью. Тогда начальный вектор будет
* С другой стороны, мы можем знать начальное состояние. Пред положим, мы начинаем с состояния 3. Тогда начальный вектор будет

Мы хотим предсказать наше местоположение после ходов. Это делается путём записи переходной матрицы. Сформируем массив , элемент которого является вероятностью перехода из состояния в . Пусть есть транспонированная матрица переходов. Матричное произведение даёт новое распределение вероятностей после одного периода времени. Продолжение умножения на даёт вероятности для будущих состояний. Таким образом, для любого начального вектора вероятности и любого положительного целого числа вектор вероятности после периодов времени равен

Для примера случайного блуждания найдём вектор вероятности после 5 шагов для каждого из следующих начальных векторов вероятности:

Сформируем матрицу переходов:

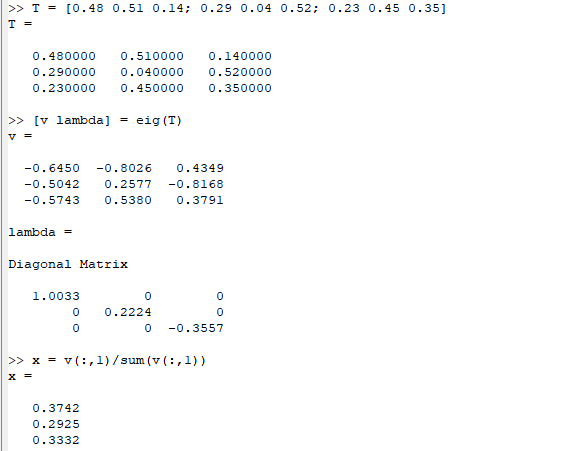


вектор-буд-сос

Состояние является равновесным, если , где – матрица перехода для цепи Маркова. Равновесное состояние не приводит к изменению состояния в будущем. Каждая цепь Маркова имеет хотя бы одно равновесное состояние.

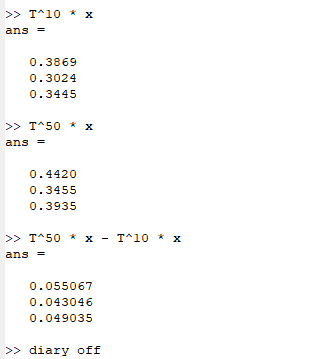
Пусть - матрица переходов для цепи Маркова. Тогда является собственным значением . Если является собственным вектором для с неотрицательными компонентами, сумма которых равна 1, то является равновесным состоянием для .

Найдём вектор равновесного состояния для цепи Маркова с переходной матрицей



стац-вектор

Таким образом, является вектором равновесного состояния. Проверили это.



вектор-равн-сос

# Вывод

В конце этой работы я узнала, как определять собственные векторы и собственные значения с помощью операций с Octave, а также как использовать их для определения стационарных или граничных точек на марковских процессах и случайном блуждании.

# Список литературы

1. [Инструкция к лабораторной работе №8](https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=795800)